



## 一、单项选择题

1. 当  $x \rightarrow 0^+$  时, 比  $\sin x$  低阶的无穷小量是 ( )

A.  $1 - \cos x$  B.  $3x$  C.  $\arcsin \sqrt{x}$  D.  $\ln(1+x)$

2.  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{ax}, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ \frac{\ln(1+2x)}{bx}, & x > 0 \end{cases}$  在  $x=0$  连续, 则  $a, b =$  ( )

A.  $a=2, b=2$  B.  $a=\frac{1}{2}, b=1$  C.  $a=2, b=1$  D.  $a=\frac{1}{2}, b=2$

3.  $f(x) = \frac{|x+1|\sin x}{x^2+x}$ , 间断点类型为 ( )

A.  $x=0$  可去,  $x=-1$  无穷

B.  $x=0$  可去,  $x=-1$  跳跃

C.  $x=0$  跳跃,  $x=-1$  无穷

D.  $x=0$  无穷,  $x=-1$  可去

4.  $f(x)$  在  $[a, b]$  连续,  $(a, b)$  可导,  $f(a) > f(b)$ , 则  $\exists \xi \in (a, b)$  使 ( )

A.  $f'(\xi) < 0$  B.  $f'(\xi) > 0$  C.  $f'(\xi) = 0$  D.  $f'(\xi)$  不存在

5.  $f(x) = xe^{-x}$ , 则 ( )

A.  $(-\infty, 1)$  递减 B.  $(1, +\infty)$  递增 C.  $x=1$  极大 D.  $x=1$  极小

6.  $y = \cos x^4$ , 则  $dy =$  ( )

A.  $4x^3 \sin x^4 d(x^2)$  B.  $-4x^3 \sin x^4 d(x^2)$

C.  $2x^2 \sin x^4 d(x^2)$  D.  $-2x^2 \sin x^4 d(x^2)$

7.  $2^x$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int xf(1-x^2)dx =$  ( )

A.  $2^{-x^2} + C$  B.  $-2^{-x^2} + C$  C.  $2^{2-x^2} + C$  D.  $-2^{2-x^2} + C$

8. 下列广义积分收敛的是 ( )

A.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^{\frac{4}{3}} x} dx$  B.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$

C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln^{\frac{2}{3}} x} dx$  D.  $\int_e^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

9.  $z = x^2y + \ln x$ , 在  $(1,1)$  处全微分  $dz = ( \quad )$   
 A.  $3dx + dy$  B.  $dx + 3dy$  C.  $2dx + dy$  D.  $dx + 2dy$
10.  $A^2 = A, A \neq E$ , 则  $( \quad )$   
 A.  $A = O$  B.  $Ax = 0$  只有零解 C.  $A$  可逆 D.  $r(A) < n$
11.  $A, B$  为互不相容事件, 则  $( \quad )$   
 A.  $P(\overline{AB}) = 0$  B.  $P(AB) = 0$  C.  $P(A \cup B) = 1$  D.  $P(\overline{AB}) = 1$
12.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+1)^2}{4}}$ ,  $P(X \geq c) = P(X \leq c)$ , 则  $c = ( \quad )$   
 A.  $-2$  B.  $2$  C.  $-1$  D.  $1$

## 二、填空题

13. 曲线  $y = x^3 - 3x^2$  在拐点处的切线方程为 \_\_\_\_\_
14. 曲线  $y = e^x$  与  $x = -1, x = 0, y = 0$  绕  $x$  轴旋转体体积为 \_\_\_\_\_
15.  $z + \ln z + y^2 = \int_1^x e^{t^2} dt$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_
16.  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_
17. 掷两枚骰子, 点数和为 7 的概率为 \_\_\_\_\_
18.  $X \sim B\left(3, \frac{1}{3}\right)$ , 则  $P\{X < D(X)\} =$  \_\_\_\_\_

## 三、解答题

19. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \cos x - 1}{\sqrt{1+x^2} - 1}$
20. 求不定积分  $\int x^2 \ln(x+1) dx$
21. 计算二重积分  $\iint_D x d\sigma$ , 其中  $D$  是由抛物线  $y = x^2$  与直线  $y = 2 - x$  及  $x$  轴在第一象限所围成的闭区域.
22. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 令  $\beta_1 = \alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3$ ,  $\beta_2 = \alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3$ ,  $\beta_3 = \alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$ , 证明: 向量组  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  线性无关.

23. 某工地拟建造截面为矩形加半圆的通风口, 已知截面的面积为 2 平方米, 问底长  $x$  为多少米时截面的周长最短.

24. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & \lambda \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \\ a \end{pmatrix}$ , 且线性方程组  $Ax = b$  有无穷多解, 求:

(1) 求  $\lambda, a$  的值;

(2) 求线性方程组  $Ax = b$  的通解.

25. 设连续型随机变量  $X$  的概率密度函数  $f(x) = \begin{cases} ax + bx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 且数学期望  $E(X) = \frac{25}{36}$ ,

求:

(1) 常数  $a, b$  的值;

(2) 概率  $P\left(-1 \leq X \leq \frac{1}{2}\right)$ .