

(23) 一、选择题

1. *A*

2. *C*

3. *D*

4. *B*

5. *C*

6. *D*

7. *B*

8. *A*

9. *D*

10. *A*

11. *B*

12. *C*

二、填空题

13. e^2

14. $\frac{9}{2}$

15. $dx - 2dy$

16. -10

17. 0.3

18. $\frac{2}{e}$

三、解答题

19. 1

20. 证明: 令 $F(x) = x^2 f(x)$, 则 $F'(x) = 2xf(x) + x^2 f'(x) = x[2f(x) + xf'(x)] = 0$, 故 $F(x) \equiv C$

21. $\frac{2}{e}$

$$22. X = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

23. (1) $\sqrt{2} - 1$; (2) $\frac{\pi}{2}$

24. $\lambda = 8$, 通解: $(-14, 6, 0, 0)^T + k_1(7, -3, 1, 0)^T + k_2(1, -1, 0, 1)^T$

25. (1) $a = \frac{1}{4}$; (2) $E(X) = \frac{11}{6}$

(24) 一、选择题

1. C, $\arcsin \sqrt{x} \sim \sqrt{x}$, 阶数低于 x
2. B, 左极限 $\frac{1}{a} = 2$, 右极限 $\frac{2}{b} = 2$, 得 $a = \frac{1}{2}, b = 2$
3. B, $x = 0$ 可去间断点, $x = -1$ 无穷间断点
4. A, 拉格朗日中值定理得 $f'(\xi) < 0$
5. C, $f'(x) = e^{-x}(1-x)$, $x = 1$ 为极大值点
6. D, $dy = -4x^3 \sin x^4 dx = -2x^2 \sin x^4 d(x^2)$
7. B, 凑微分 $-\frac{1}{2} \cdot 2^{1-x^2} + C = -2^{-x^2} + C$
8. A, $\int \frac{1}{x \ln^k x} dx$ 当 $k > 1$ 收敛
9. A, $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,1)} = 3, \left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(1,1)} = 1$
10. D, $A(A-E) = O$ 且 $A \neq E \Rightarrow r(A) < n$
11. B, 互不相容则 $P(AB) = 0$
12. C, 正态分布对称中心 $\mu = -1$

二、填空题

13. $y = -3x + 1$

14. $\frac{\pi}{2}(1 - e^{-2})$

15. $\frac{ze^{x^2}}{z+1}$

16. -1

17. $\frac{1}{6}$

18. $\frac{8}{27}$

三、解答题

19. 1, 等价无穷小替换后计算

20. $\frac{1}{3}x^3 \ln(x+1) - \frac{1}{9}x^3 + \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \ln(x+1) + C$

21. $\frac{5}{12}$, 联立求交点, 先 y 后 x 积分

22. 证明: 系数行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$, 故线性无关

23. $x = \frac{4}{\sqrt{\pi+4}}$, 面积约束求周长最小值

24. (1) $\lambda = -3, a = 1$; (2) 通解 $(4, -4, -1, 0)^T + k(2, -4, 1, 1)^T$

25. (1) $a = \frac{4}{3}, b = 1$; (2) $\frac{5}{24}$

(25) 一、选择题

1. C, 1^∞ 型极限, 结果 e^{-6}
2. B, 极限存在但无定义, 可去间断点
3. B, 真数 > 0 , 分母 $\neq 0$
4. C, 连续但右导数不存在

5. D, 等价无穷小得 $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2}$
6. A, 隐函数求导 $y'(0) = -2$
7. A, 介值定理
8. B, $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 发散
9. C, 交换积分次序
10. A, $\alpha_1 - 2\alpha_2 - 2\alpha_3 = 0$
11. D, 条件概率 $\frac{4}{7}$
12. D, 正态对称得 $\alpha = 0.5$

二、填空题

13. $\sqrt{2} - 1$
14. $2 \ln 2$
15. 3
16. 4
17. $\frac{1}{6}$
18. 0.441

三、解答题

19. $\frac{1}{3}$, 洛必达 + 等价无穷小
20. $\frac{1}{2025} \ln \left| \frac{x}{x+2025} \right| + C$, 部分分式
21. $dz = (\varphi'_1 + 2xy\varphi'_2)dx + (2y\varphi'_1 + x^2\varphi'_2)dy$
22. $X = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 3 & 2 & -5 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$
23. 令 $f(x) = e^x - 2x$, 极小值 $f(\ln 2) = 2 - 2 \ln 2$, 得证

24. (1) $a = 1, b = -1$; (2) 通解: $(-2, 3, 0, 0)^T + k_1(1, -2, 1, 0)^T + k_2(1, -2, 0, 1)^T$

25. (1) $a = 1$; (2) $E(X) = 0, P(X > 0) = \frac{1}{2}$

(26) 一、选择题

1. $B, \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0, (1-x)^{\frac{1}{x}} \rightarrow \frac{1}{e}$

2. A, \arccos 要求 $0 \leq x^2 + y^2 - 1 \leq 1$, 分母要求 $x > y^2$

3. C , 左右极限不相等, 跳跃间断点

4. D , 连续 + 可导得

5. $D, \ln \frac{1}{n} \rightarrow -\infty$, 发散

6. D , 导数 $\frac{1}{e}$, 法线斜率 $-e$

7. D , $\arctan x$ 满足连续可导条件

8. $A, \int_1^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ 收敛, 其余发散

9. A , 画图

10. C , 迹为 $6 - 1 = 5$

11. $B, 0.5 \times 0.6 = 0.3$

12. B , 指数分布 $E(X) = \frac{1}{4}$

二、填空题

13. $e^{2026x} dx$

14. $\pi \arctan 1 = \frac{\pi^2}{4}$

15. $2\lambda + 3$

16. -12

17. $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

18. 0.1

三、解答题

19. $\frac{1}{9}$, 洛必达法则

20. $(2-x)2^x \ln 2 + 2^x + C$, 分部积分

21. $dz|_{(0,0)} = -dx$

22. $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & -2 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

23. 求导恒为 0, 代入 $x = 0$ 得 $\frac{\pi}{2}$, 得证

24. (1) $a = 2$; (2) 通解 $(-1, 1, 0, 0)^T + k_1(-3, 1, 1, 0)^T + k_2(0, -1, 0, 1)^T$

25. (1) $\frac{4}{14}$; (2) $\frac{35}{1400} = \frac{1}{40}$; (3) $\frac{12}{35}$